

МИНОБРНАУКИ РОССИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ
ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«ВОРОНЕЖСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»
(ФГБОУ ВО «ВГУ»)

УТВЕРЖДАЮ

Заведующий кафедрой вычислительной математики
и прикладных информационных технологий (ВМиПИТ)

 М. Леденева
22.03.2024 г.

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ
Б1.О.16 Математическая статистика

- 1. Код и наименование направления подготовки/специальности:**
О2.03.02 Фундаментальная информатика и информационные технологии
- 2. Профиль подготовки/специализация:** Инженерия программного обеспечения
- 3. Квалификация выпускника:** бакалавр
- 4. Форма обучения:** очная
- 5. Кафедра, отвечающая за реализацию дисциплины:** кафедра вычислительной математики и прикладных информационных технологий (ВМиПИТ)
- 6. Составитель программы:** Новикова Нелля Михайловна, д.т.н., профессор, профессор кафедры ВМ и ПИТ
- 7. Рекомендована:** НМС факультета ПММ 22.03.2024, протокол № 5
- 8. Учебный год** 2025-2026 **Семестр:** 3
- 9. Цели и задачи учебной дисциплины**
Цель учебной дисциплины: сформировать у обучающихся комплекс знаний по основным разделам математической статистики как теоретической основы статистической обработки данных.
Задачи учебной дисциплины:
изучение основных задач математической статистики;
формирование у обучающихся навыков решения прикладных задач статистической обработки данных, в том числе с использованием пакетов прикладных программ
- 10. Место учебной дисциплины в структуре ООП:** обязательная часть.

Изучение данной дисциплины базируется на теоретических знаниях и практических навыках, полученных в результате освоения следующих дисциплин: Теория вероятностей, Дискретная математика, Математический анализ.

11. Планируемые результаты обучения по дисциплине/модулю (знания, умения, навыки), соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы (компетенциями) и индикаторами их достижения:

Код	Название компетенции	Код(ы)	Индикатор(ы)	Планируемые результаты обучения
ОПК-1	Способен применять фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности.	ОПК-1.1	Решает типовые задачи с учетом основных понятий и общих закономерностей, сформулированных в рамках базовых дисциплин математики, информатики и естественных наук.	<i>Знать:</i> основные типы задач математической статистики и методы их решения. <i>Уметь:</i> осуществить подготовку исходной информации для применения методов математической статистики. <i>Владеть:</i> инструментальными средствами (ППП) решения основных типов задач математической статистики.
		ОПК-1.2	Применяет системный подход и математические методы для формализации решения прикладных задач.	<i>Знать:</i> основные принципы системного подхода и особенности его реализации при использовании аппарата математической статистики. <i>Уметь:</i> применять системный подход для формализации прикладной задачи в условиях стохастической неопределенности. <i>Владеть:</i> методами анализа и интерпретации результатов, полученных в результате статистической обработки данных.

12. Объем дисциплины в зачетных единицах/часах: 3/108

Форма промежуточной аттестации: экзамен

13. Трудоемкость по видам учебной работы

Вид учебной работы	Трудоемкость		
	Всего	По семестрам	
		3 семестр	...
Контактная работа	64	64	
в том числе:	лекции	32	32
	практические	16	16
	лабораторные	16	16
Самостоятельная работа	44	44	
Промежуточная аттестация (зачет)	-	-	
Итого:	108	108	

13.1. Содержание разделов дисциплины

1. Лекции			
№ п/п	Наименование раздела дисциплины	Содержание раздела дисциплины	
1.1	Задачи математической статистики. Основы выборочного метода	Предмет и задачи математической статистики Основы выборочного метода. Задачи математической статистики и вероятностно-статистическая модель. Выборка. Выборочные моменты. Порядковые статистики. Эмпирическая функция распределения. Гистограмма и полигон частот. Асимптотическое поведение выборочных моментов. Теорема Слуцкого. Асимптотическая нормальность выборочных моментов.	moodle (Теория вероятностей и МС) edu.vsu.ru
1.2	Точечные оценки параметров распределения	Точечные оценки и их свойства.: несмещенность, состоятельность, оптимальность. Функция правдоподобия, вклад выборки, функция информации. Неравенство Рао-Крамера. Эффективные оценки. Достаточные статистики. Теорема Неймана-Фишера..	
1.3	Методы нахождения точечных оценок	Методы нахождения точечных оценок. Метод максимального правдоподобия. Свойства оценок максимального правдоподобия. Асимптотические свойства оценок максимального правдоподобия Метод моментов.	
1.4	Распределения, связанные с нормальным распределением	Квадратичные и линейные формы от нормальных случайных величин, их свойства. Теорема Фишера. Распределение хи - квадрат (Пирсона); свойства распределения; числовые характеристики. Распределение Стьюдента; его свойства; числовые характеристики. Распределение Фишера-Снедекора; его свойства и числовые характеристики.	
1.5	Интервальное оценивание	Построение доверительных интервалов с помощью центральной статистики. Построение доверительных интервалов для параметров нормальной генеральной совокупности. Построение асимптотического доверительного интервала.	
1.6	Проверка статистических гипотез	Проверка простых параметрических гипотез. Рандомизированные и нерандомизированные критерии. Вероятности ошибочных решений. Функция мощности. Равномерно наиболее мощные критерии. Выбор из двух простых гипотез. Лемма Неймана-Пирсона. Проверка статистических гипотез о параметрах нормального распределения. Проверка сложных параметрических гипотез.	
1.7	Критерии согласия и однородности	Проверка гипотез о законе распределения. Критерий согласия хи-квадрат. Критерий согласия Колмогорова. Критерий однородности хи-квадрат. Критерий однородности Колмогорова-Смирнова.	
1.8	Метод наименьших квадратов	Метод наименьших квадратов и функция регрессии. Оценка параметров методом наименьших квадратов и ее свойства. Функция регрессии. Оценка параметров линейной регрессии.	
2. Практические занятия			
2.1	Основы выборочного метода.		moodle (Теория вероятностей и МС) edu.vsu.ru
2.2	Задача определения точечных оценок неизвестных параметров распределения. Методы нахождения точечных оценок.		
2.3	Интервальное оценивание неизвестных параметров распределения.		
2.4	Проверка статистических гипотез.		
2.5	Критерии согласия и однородности.		

13.2. Темы (разделы) дисциплины и виды занятий

№	Наименование	Виды занятий (количество часов)
---	--------------	---------------------------------

п/п	темы (раздела) дисциплины	Лекции	Практические занятия	Лабораторные занятия	Самостоятельная работа	Всего
1	Задачи математической статистики. Основы выборочного метода	4	2	2	4	12
2	Точечные оценки параметров распределения	6	2	4	6	18
3	Методы построения точечных оценок	4	2	-	5	11
4	Распределения, связанные с нормальным распределением	4	-	-	6	10
5	Интервальное оценивание	4	3	4	6	17
6	Проверка статистических гипотез	6	4	4	9	23
7	Критерии согласия И однородности	2	1	-	4	7
8	Метод наименьших квадратов	2	2	2	4	10
	Итого:	32	16	16	44	108

14. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины

Аудиторные и внеаудиторные (самостоятельные) формы учебной работы студента имеют своей целью приобретение им целостной системы знаний по дисциплине «Математическая статистика». Используя лекционный материал, учебники, дополнительную литературу, проявляя творческий подход, студент готовится к практическим занятиям, рассматривая их как пополнение, углубление, систематизацию своих теоретических знаний. Студент должен прийти в ВУЗ с полным пониманием того, что самостоятельное овладение знаниями является главным, определяющим. Высшая школа лишь создает для этого необходимые условия.

Изучение каждой темы следует начинать с внимательного ознакомления с набором вопросов. Они ориентируют обучающегося, показывают, что он должен знать по данной теме. Вопросы темы как бы накладываются на соответствующую главу избранного учебника или учебного пособия. В итоге должно быть ясным, какие вопросы темы программы учебного курса, и с какой глубиной раскрыты в данном учебном материале, а какие вообще опущены.

Освоение дисциплины предполагает следующие направления работы:

- изучение понятийного аппарата дисциплины;
- изучение тем самостоятельной подготовки по учебно-тематическому плану;
- работу над основной и дополнительной литературой;
- изучение вопросов для самоконтроля (самопроверки);
- самоподготовка к практическим и другим видам занятий;
- самостоятельная работа студента при подготовке к экзамену;
- самостоятельная работа студента в библиотеке;
- изучение сайтов по темам дисциплины в сети Интернет.

Требуется творческое отношение и к самой программе учебного курса. Вопросы, составляющие ее содержание, обладают разной степенью важности. Есть вопросы, выполняющие функцию логической связки содержания темы и всего курса, имеются вопросы описательного или разъяснительного характера. Все эти вопро-

сы не составляют сути, понятийного, концептуального содержания темы, но необходимы для целостного восприятия изучаемых проблем.

Проработка лекционного курса является одной из важных активных форм самостоятельной работы. Лекция преподавателя не является озвученным учебником, а представляет плод его индивидуального творчества. Он читает свой авторский курс со своей логикой со своими теоретическими и методическими подходами. Это делает лекционный курс конкретного преподавателя индивидуально-личностным событием, которым вряд ли студенту стоит пренебрегать. Кроме того, в своих лекциях преподаватель стремится преодолеть многие недостатки, присущие опубликованным учебникам, учебным пособиям, лекционным курсам.

В создании своего авторского лекционного курса преподаватель руководствуется двумя документами – Федеральным государственным образовательным стандартом и учебной программой. Совершенно недостаточно только слушать лекции. Важно студенту понять, что лекция есть своеобразная творческая форма самостоятельной работы. Надо пытаться стать активным соучастником лекции: думать, сравнивать известное с вновь получаемыми знаниями, войти в логику изложения материала лектором, по возможности вступать с ним по теме занятий, делайте выписки текста, содержащего характеристику или комментарии уже знакомого Вам источника. Умение работать с литературой означает научиться осмысленно пользоваться источниками. Прежде чем приступить к освоению научной литературы, рекомендуется чтение учебников и учебных пособий.

Для улучшения обработки информации очень важно устанавливать осмысленные связи, структурировать новые сведения. Изучение научной, учебной и иной литературы требует ведения рабочих записей. Форма записей может быть весьма разнообразной: простой или развернутой план, тезисы, цитаты, конспект.

При подготовке к экзамену следует в полной мере использовать лекционный материал и академический курс учебника, рекомендованного преподавателем.

При использовании дистанционных образовательных технологий и электронного обучения необходимо выполнять все указания преподавателей по работе на LMS-платформе, своевременно подключаться к online-занятиям, соблюдать рекомендации по организации самостоятельной работы.

15. Перечень основной и дополнительной литературы, ресурсов интернет, необходимых для освоения дисциплины

а) основная литература:

№ п/п	Источник
1	Туганбаев, А. А. Теория вероятностей и математическая статистика : учебное пособие / А. А. Туганбаев, В. Г. Крупин. – Санкт-Петербург : Лань, 2021. – 320 с. – ISBN 978-5-8114-1079-8. – Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. – URL: https://e.lanbook.com/book/167844 (дата обращения: 15.11.2021).

б) дополнительная литература:

№ п/п	Источник
2	Горлач, Б. А. Теория вероятностей и математическая статистика : учебно-методическое пособие / Б. А. Горлач. – Санкт-Петербург : Лань, 2021. – 320 с. – ISBN 978-5-8114-1429-1. – Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. – URL: https://e.lanbook.com/book/168478 (дата обращения: 15.11.2021).
3	Гмурман В.Е. Теория вероятностей и математическая статистика: учеб. пособие для вузов / В.Е. Гмурман. – Москва : Высш. шк., 2005. – 479 с.
4	Гмурман В.Е. Руководство к решению задач по теории вероятностей и математической статистике: учеб. пособие для вузов / В.Е. Гмурман. – Москва : Высш. шк., 2007. – 403 с.
5	Сборник задач по теории вероятностей, математической статистике и теории случайных функций. / Под ред. Свешникова А.А. – Москва: Лань, 2008. – 448 с. Режим доступа: http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_cid=25&pl1_id=399

6	Новикова Н.М. Прикладная математическая статистика: учеб. пособие / Н.М. Новикова, С.Л. Подвальный. – Воронеж : ВГТУ, 2012. – 164 с. – Ч.1. Режим доступа http://www.novikova-nm.ru
7	Новикова Н.М. Прикладная математическая статистика: учеб. пособие / Н.М. Новикова, С.Л. Подвальный. – Воронеж : ВГТУ, 2013. – 179 с. – Ч.2. Режим доступа http://www.novikova-nm.ru

в) информационные электронно-образовательные ресурсы:

№ п/п	Источник
8	http://www.lib.vsu.ru/ ВГУ Зональная научная библиотека
9	Манита А.Д. Теория вероятностей и математическая статистика / Д.А. Манита. – Москва : МГУ, 2012. – 210 с. Режим доступа: http://teorver-online.narod.ru
10	https://intuit.ru/studies/curriculum/16083/video_courses/493/info Теория вероятностей и математическая статистика / НОУ ИНТУИТ
11	Ляликова, В.Г. Курс «Теория вероятностей и МС» / Образовательный портал «Электронный университет ВГУ». – Режим доступа: https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=17974

16. Перечень учебно-методического обеспечения

№ п/п	Источник
16	Новикова Н.М. Прикладная математическая статистика: учеб. пособие / Н.М. Новикова, С.Л. Подвальный. – Воронеж : ВГТУ, 2012. – 164 с. – Ч.1. Режим доступа http://www.novikova-nm.ru
17	Новикова Н.М. Прикладная математическая статистика: учеб. пособие / Н.М. Новикова, С.Л. Подвальный. – Воронеж : ВГТУ, 2013. – 179 с. – Ч.2. Режим доступа http://www.novikova-nm.ru

17. Образовательные технологии, используемые при реализации учебной дисциплины, включая дистанционные образовательные технологии (ДОТ), электронное обучение (ЭО), смешанное обучение):

Дисциплина реализуется с применением электронного обучения и дистанционных образовательных технологий. Для организации занятий рекомендован онлайн-курс «Теория вероятностей и математическая статистика», размещенный на платформе Электронного университета ВГУ (LMS moodle), а также интернет-ресурсы, приведенные в п.15в.

18. Материально-технического обеспечения дисциплины:

Мебель и оборудование	Программное обеспечение
Лекции	
Специализированная мебель, компьютер (ноутбук), мультимедийное оборудование (проектор, экран, средства звуковоспроизведения).	Windows 10 (лицензионное ПО); Adobe Reader (свободное и/или бесплатное ПО); Mozilla Firefox (свободное и/или бесплатное ПО).
Практические занятия	
Специализированная мебель, компьютер (ноутбук), мультимедийное оборудование (проектор, экран, средства звуковоспроизведения).	Windows 10 (лицензионное ПО); Adobe Reader (свободное и/или бесплатное ПО); Mozilla Firefox (свободное и/или бесплатное ПО).
Лабораторные занятия	
Специализированная мебель, компьютер (ноутбук), мультимедийное оборудование (проектор, экран, средства звуковоспроизведения).	Windows 10 (лицензионное ПО); Adobe Reader (свободное и/или бесплатное ПО); Mozilla Firefox (свободное и/или бесплатное ПО).

19. Оценочные средства для проведения текущей и промежуточной аттестаций

№ п/п	Наименование раздела дисциплины (модуля)	Компетенция	Индикатор(ы) достижения компетенции	Оценочные средства
1	Задачи математической статистики. Основы выборочного метода	ОПК-1	ОПК-1.1, ОПК-1.2	Лабораторная работа 1
2	Точечные оценки параметров распределения. Методы построения точечных оценок		ОПК-1.1, ОПК-1.2	Лабораторная работа 2
3	Методы построения точечных оценок		ОПК-1.1, ОПК-1.2	Практико-ориентированные задания
4	Распределения, связанные с нормальным распределением		ОПК-1.1, ОПК-1.2	Опрос
5	Интервальное оценивание		ОПК-1.1, ОПК-1.2	Лабораторная работа 3
6	Проверка статистических гипотез		ОПК-1.1, ОПК-1.2	Практико-ориентированные задания
7	Критерии согласия и однородности		ОПК-1.1, ОПК-1.2	Опрос
8	Метод наименьших квадратов		ОПК-1.1, ОПК-1.2	Практико-ориентированные задания
Промежуточная аттестация: форма контроля – экзамен				Перечень вопросов заданий

20 Типовые оценочные средства и методические материалы, определяющие процедуры оценивания

20.1 Текущий контроль успеваемости

Контроль успеваемости по дисциплине осуществляется с помощью следующих оценочных средств: Практико-ориентированные задания и лабораторные работы.

Лабораторные работы

Задания лабораторных работ, методические указания по их выполнению, требования к оформлению сформулированы в пп.6,7 (16, 17) Перечня литературы и учебно-методического обеспечения. Каждая лабораторная работа содержит практико-ориентированное задание, которое выполняется с помощью пакета MatLab. Оценивание лабораторной работы осуществляется на основе отчета.

Примеры практико-ориентированных заданий

1. По схеме бесповторной выборки в некотором крупном городе проводилось исследование количества вызовов скорой помощи в сутки. За последние три года отобраны 90 дней. Результаты представлены в таблице

Число вызовов	Менее 400	400-500	500-600	600-700	700-800	800-900	Более 900	Итого
Кол-во дней	9	12	21	20	18	8	2	90

Найти: а) вероятность того, что среднее число вызовов в день за указанный период отличается от среднего их количества в выборке не более чем на 25 (по абсолютной величине); б) границы, в которых с вероятностью 0.95 заключена доля тех дней за рассматриваемый период, в которых количество вызовов было не менее 700.

2. По данным задачи 1, используя критерий Пирсона, при уровне значимости 0.05 проверить гипотезу о том, что случайная величина *количество вызовов в день* распределена по нормальному закону. Построить на одном чертеже гистограмму эмпирического распределения и соответствующую нормальную кривую.

3. Распределение 60 образцов сырья по процентному содержанию в них минерала X (%) и минерала Y (%) представлено в таблице

X, Y	10-12	12-14	14-16	16-18	18-20	Итого
20-30	4	3	1			8
30-40	3	5	2	2		12
40-50	1	4	10	4		19
50-60		3	4	5	2	14
60-70			1	3	3	7
Итого	8	15	18	14	5	60

Необходимо: а) вычислить групповые средние и построить эмпирические линии регрессии; б) вычислить коэффициент корреляции и сделать вывод о тесноте и направлении связи между переменными X и Y ; в) найти уравнения прямых регрессии и построить их графики на одном чертеже с эмпирическими линиями регрессии; г) используя соответствующее уравнение регрессии, определить процентное содержание минерала X в сырье, содержащем 18% минерала Y .

4. Одним и тем же прибором со средним квадратическим отклонением случайных ошибок измерений $\sigma = 40$ м произведено 5 равнозначных измерений расстояния от орудия до цели. Найти доверительный интервал для оценки истинного расстояния a до цели с надежностью 0,95, зная среднее арифметическое результатов измерений $\bar{x} = 2000$ м.

20.2 Промежуточная аттестация

Промежуточная аттестация проводится в форме зачета. Оценивание обучающихся осуществляется в соответствии со следующими **критериями**:

- зачтено, если зачтены все лабораторные работы с представлением отчетов;
- не зачтено, если хотя бы одна лабораторная работа не зачтена.

20.3 Тестовые задания для проведения диагностических работ

Компетенция ОПК-1 Способен применять фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности

Вопросы с вариантами ответов

Критерий оценивания	Шкала оценок
Верный ответ	1 балл
Неверный ответ	0 баллов

1. Репрезентативная выборка – это

- а) выборка, при которой выбранный объект (при выборе следующего) возвращается в генеральную совокупность;
- б) выборка, которая составляет большую часть генеральной совокупности;
- в) выборка, каждый объект которой выбран случайно из генеральной совокупности;
- г) выборка, которая правильно представляет пропорции генеральной совокупности.

Ответ: в), г)

2. Укажите истинные высказывания среди перечисленных ниже

- а) эмпирическая функция распределения сходится по вероятности к теоретической функции распределения;
- б) эмпирическая функция распределения сходится к теоретической функции распределения;
- в) эмпирическая функция распределения определяет относительную частоту события $X < x$;
- г) эмпирическая функция распределения является невозрастающей;
- д) область значений эмпирической функции распределения есть $[0, \infty)$.

Ответ: а), в)

3. Установите соответствие между приведенными ниже определениями

- 1) – это статистическая оценка, математическое ожидание которой равно оцениваемому параметру при любом объеме выборки;
- 2) – это статистическая оценка, которая при заданном объеме выборки имеет наименьшую возможную дисперсию;
- 3) – это статистическая оценка, которая при $n \rightarrow \infty$ стремится по вероятности к оцениваемому параметру

и следующими свойствами точечных оценок

- а) эффективность;
- б) несмещенность;
- в) состоятельность.

Ответ: 1)-б), 2)-а), 3)-в)

4. Оценкой максимального правдоподобия параметра λ распределения Пуассона

$$\left(P_n(X = m) = \frac{\lambda^m \cdot e^{-\lambda}}{m!} \right) \text{ является}$$

- а) выборочная средняя;
- б) выборочная дисперсия;
- в) выборочное среднее квадратическое отклонение.

Ответ: а)

5. Пусть X – количество удобрений, Y – урожай зерна. С одинаковых по площади участков земли при равных количествах внесенных удобрений можно получить различный урожай, что объясняется влиянием случайных факторов. Но, как показывает опыт, средний урожай зависит от количества удобрений. Укажите тип зависимости Y от X

- а) функциональная;
- б) статистическая;
- в) корреляционная.

Ответ: в)

6. Предположим, что необходимо проверить гипотезу о том, что математическое ожидание a нормального распределения равно 8. Укажите правильный выбор основной и конкурирующей гипотез

- а) $H_0 = 8, H_1 \neq 8$;

- б) $H_0 \neq 8, H_1 = 8$;
- в) $H_0 = 8, H_1 > 8$;
- г) $H_0 = 8, H_1 = 10$

Ответ: а), в)

7. При проверке статистических гипотез могут быть допущены ошибки двух родов. Ошибка второго рода состоит в том, что

- а) будет отвергнута правильная гипотеза;
- б) будет принята неправильная гипотеза.

Ответ: б)

Вопросы с кратким текстовым ответом

Критерий оценивания	Шкала оценок
Должен быть сформулирован ответ из указанных вариантов (один или несколько) или аналогичные по сути ответы с альтернативными терминами и определениями	2 балла
Неверный ответ	0 баллов

2 – верный ответ

0 – неверный ответ

8. Пусть выборочная совокупность задана таблицей распределения

x_i	1	2	3	4
n_i	20	15	10	5

Определите выборочную дисперсию.

Ответ: 1

9. Пусть случайная величина X имеет нормальное распределение с известным средним квадратическим отклонением $\sigma = 3$. Найти границы доверительного интервала для оценки неизвестного математического ожидания a по выборочным средним \bar{x} , если объем выборки $n = 36$ и задана надежность оценки $\gamma = 0.95$. Параметр t , на основе которого определяется доверительный интервал, находится из равенства $\Phi(t) = \gamma/2$, где Φ – функция Лапласа. По заданному значению $\gamma = 0.95$ по таблице функции Лапласа найдем $t = 1.96$.

Ответ: 3.12; 5.08

Тестовые задания рекомендуются к использованию при проведении диагностических работ с целью оценки остаточных знаний по результатам освоения дисциплины.

